

정답	01 ②	02 ④	03 ①	04 ①	05 ④	06 ①	07 ③	08 ②	09 ④	10 ②
	11 ⑤	12 ⑤	13 ②	14 ③	15 ⑤	16 ③	17 ①	18 14	19 5	20 25
	21 53	22 17	23 100	24 147	25 19					
	【미분과 적분】	26 ①	27 ⑤	28 ④	29 ③	30 30				
	【확률과 통계】	26 ①	27 ④	28 ③	29 ⑤	30 157				
	【이산수학】	26 ③	27 ④	28 ②	29 ①	30 45				

## ▣ 해설

01  $4^{\frac{3}{2}} \times \log_3 \sqrt{3} = (2^2)^{\frac{3}{2}} \times \log_3 3^{\frac{1}{2}}$   
 $= 2^3 \times \frac{1}{2} = 2^2 = 4$

02  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  이므로

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2E$$

$$\text{따라서 } A(A + B) = 2 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

∴ 모든 성분의 합은 4이다.

03  $\overline{AP} = 2 \cdot \overline{BP}$ 에서

$$1^2 + 2^2 + a^2 = 4(1^2 + 1^2 + 1^2)$$

$$\therefore a^2 = 7, a = \sqrt{7}$$

04  $\sqrt{4x^2 - 5x + 7} = t (t \geq 0)$ 라고 하면

$$4x^2 - 5x = t^2 - 7$$

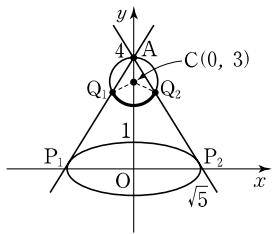
$$\therefore (\text{주어진 식}) = t^2 - t - 6 = 0 \text{에서}$$

$$t = 3 (\because t \geq 0)$$

$$\therefore 4x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$\text{따라서, 모든 실근의 곱은 } -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

05



위의 그림처럼 점 A에서 타원에 그은 두 접선의 접점을 각각  $P_1, P_2$ 라고 하면, 점 P가 타원 위에서 움직일 때, 점 Q의 자취는 원 위의 점  $Q_1$ 에서  $Q_2$ 까지이다.

$$y = mx \pm \sqrt{a^2 m^2 + b^2} \text{에서 } 4 = \pm \sqrt{5m^2 + 1}$$

$$\therefore m^2 = 3, m = \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore \angle OAP_1 = \angle OAP_2 = \frac{\pi}{6}$$

원의 중심을 C라고 하면

$$\angle Q_1CQ_2 = 2 \cdot \angle Q_1AQ_2 = \frac{2\pi}{3}$$

따라서, 점 Q가 나타내는 도형의 길이는 부채꼴  $CQ_1Q_2$ 에서

$$1 \cdot \left(\frac{2}{3}\pi\right) = \frac{2}{3}\pi$$

06  $B$ 의 개수에 따라 분류하면

i)  $B$ 가 2개 쓰일 때

$$A, B, B, C, C \text{를 설치} \rightarrow \frac{5!}{2!2!} = 30$$

ii)  $B$ 가 3개 쓰일 때

$$A, B, B, B, C \text{를 설치} \rightarrow \frac{5!}{3!} = 20$$

iii)  $B$ 가 4개 쓰일 때

$$A, B, B, B, B \text{를 설치} \rightarrow \frac{5!}{4!} = 5$$

i), ii), iii)에서

$$30 + 20 + 5 = 55 \text{ 가지.}$$

07 철수가 받는 두 점수의 합이 70인 경우는 다음과 같다.

관람객 투표	$A\left(\frac{1}{2}\right)$	$B\left(\frac{1}{3}\right)$	$C\left(\frac{1}{6}\right)$
심사위원	$C\left(\frac{1}{6}\right)$	$B\left(\frac{1}{3}\right)$	$A\left(\frac{1}{2}\right)$
회원	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{5}{18}$$

**08**  $\neg. \lim_{x \rightarrow 1+0} \{f(x) + f(-x)\} = -1 + 1 = 0 \quad \therefore \text{참}$

$\neg. g(x) = f(x) - |f(x)|$ 라고 하면

$$g(x) = \begin{cases} 2x + 4 & (x \leq -2) \\ 0 & (-2 < x < 1) \\ 2x - 4 & (1 \leq x < 2) \\ 0 & (x \geq 2) \end{cases}$$

따라서,  $g(x) = f(x) - |f(x)|$ 는  $x = 1$ 에서만 불연속이다.  $\therefore \text{참}$

$\neg. a = -1$  일 때,  $f(x) \cdot f(x-a) = f(x) \cdot f(x+1)$ 은 실수 전체에서 연속이다.

$\therefore \text{거짓}$

**09** 지반  $A, B$ 의 유효수작용력을 각각  $S_A, S_B$

저항력을 각각  $R_A, R_B$

상대밀도를 각각  $D_A, D_B$ 라 하면

$$S_A = 1.44S_B$$

$$R_A = 1.5R_B$$

$$D_B = 65^\circ\text{으로}$$

$$D_B = -98 + 66 \log \frac{R_B}{\sqrt{S_B}} = 65$$

$$\frac{R_B}{\sqrt{S_B}} = 10^{\frac{163}{66}}$$

$$\frac{R_A}{\sqrt{S_A}} = \frac{1.5R_B}{\sqrt{1.44S_B}} = \frac{5}{4} \cdot 10^{\frac{163}{66}}$$

$$D_A = -98 + 66 \log \frac{R_A}{\sqrt{S_A}}$$

$$= -98 + 66 \log \left( \frac{5}{4} \cdot 10^{\frac{163}{66}} \right)$$

$$= -98 + 66 \left( 0.1 + \frac{163}{66} \right)$$

$$= 71.6$$

**10** 문제의 그림에서

$$\overline{M_1 M_2} = 1, \overline{B_2 M_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \overline{A_1 B_2} = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$S_1 = 2 \times \left( \frac{1}{2} \times \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \times 1 \right) = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

또, 그림에서 나타나는 직사각형들은 모두 닮음이고 닮음비를 구하면

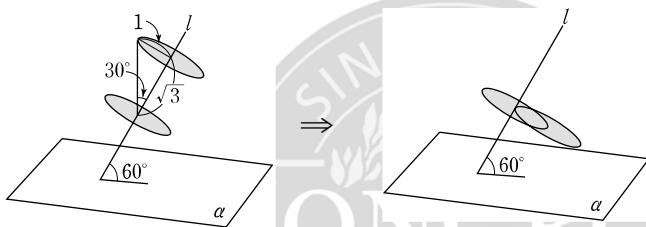
$$\overline{B_n C_n} : \overline{B_{n+1} C_{n+1}} = 1 : \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{넓이비 } S_n : S_{n+1} = 1 : \frac{1}{3}$$

따라서,  $S_n$ 은 첫항이  $1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$ , 공비가  $\frac{1}{3}$ 인 등비수열이다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$$

- 11** 그림의 원판을 태양광선 방향으로 평행이동하여 만나게 하면 윗 원판이 아래 원판의 중심을 지난다.



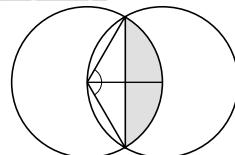
겹친 원판의 넓이  $S$ 는 아래 그림의 빛금친 부분의 넓이를  $S_1$ 이라 하면

$$S = 2 \times \pi \times 1^2 - 2S_1 \text{이다.}$$

$S_1$ 은 중심각이  $\frac{2}{3}\pi$ 인 활꼴이므로

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} \times 1^2 \times \frac{2}{3}\pi - \frac{1}{2} \times 1^2 \times \sin \frac{2}{3}\pi \\ &= \frac{1}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore S = 2\pi - \frac{2}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$$



그런데 구하는 그림자의 넓이  $S'$ 은 평면과 이루는 각이  $\frac{\pi}{6}$ 인 정사영이므로

$$\begin{aligned} S' &= \left( \frac{4}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \times \cos \frac{\pi}{6} \\ &= \left( \frac{4}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

- 12** 집합  $T$ 의 원소  $P = \binom{p}{q}$ 와 집합  $S$ 의 원소  $A = (a \ b)$ 에 대하여

$$\neg. PA = \binom{p}{q}(a \ b)$$

$$= \begin{pmatrix} pa & pb \\ qa & qb \end{pmatrix}$$

○]므로  $(pa)(qb) - (pb)(qa) = 0$

이다. 즉  $PA$ 는 역행렬을 갖지 않는다. (참)

㉡. 집합  $S$ 의 원소  $B = (c d)$ 에 대하여

$$PB = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} (c d)$$

$$= \begin{pmatrix} pc & pd \\ qc & qd \end{pmatrix}$$

○]고  $PA = PB$  ○]므로

$$pa = pc, pb = pd$$

$$qa = qc, qb = qd \quad (p \neq 0, q \neq 0)$$

○]이다. 따라서

$$a = c, b = d$$

즉,  $A = B$  ○]다. (참)

㉢.  $PA \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} pa & pb \\ qa & qb \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} pa + pb \\ qa + qb \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

○]므로  $p(a+b) = 1, q(a+b) = 1 \quad (a+b \neq 0)$

$$p = \frac{1}{a+b}, q = \frac{1}{a+b}$$

○]이다. 즉  $T$ 의 원소  $P = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a+b} \\ \frac{1}{a+b} \end{pmatrix}$ 이 존재한다. (참)

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 참이다.

**13** 집에서 시장까지의 거리를 확률변수  $X$ 라 하면

$X$ 는 정규분포  $N(1740, 500^2)$ 을 따른다.

따라서,  $P(X \geq 2000)$

$$= P\left(Z \geq \frac{2000 - 1740}{500}\right)$$

$$= P(Z \geq 0.52) = 0.3$$

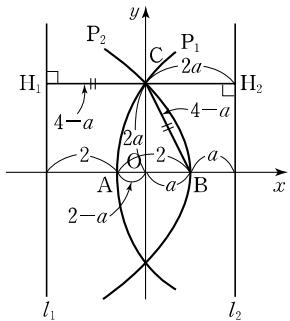
여기에서 집에서 시장까지의 거리와 자기용 이용에 관한 표를 만들면

	자기용 이용	자기용 이용 안 함	계
2000m 미만	$0.05 \times 0.7$	$0.95 \times 0.7$	0.7
2000m 이상	$0.15 \times 0.3$	$0.85 \times 0.3$	0.3
계			1

$$\text{따라서, } \frac{0.05 \times 0.7}{0.05 \times 0.7 + 0.15 \times 0.3} = \frac{35}{80} = \frac{7}{16}$$

14 두 포물선  $p_1, p_2$ 의 준선을 각각  $l_1, l_2$ 라 하자.

$\overline{OB} = a$ 라 하면 포물선의 정의에 의해 그림과 같이 각각의 길이가 결정된다.



직각삼각형 OBC에서  
피타고라스 정리에 의해

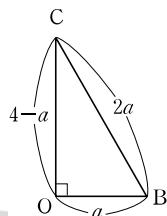
$$\sqrt{a^2 + (2a)^2} = 4 - a$$

$$a^2 + 2a - 4 = 0$$

$$\therefore a = -1 + \sqrt{5} \quad (\therefore a > 0)$$

따라서  $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 \times 2a = 2a = 2(\sqrt{5} - 1)$$



$$15 \quad b_{n+1} = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_{n+1}}{(n+1)!}$$

$$= \frac{a_1 a_2 \cdots a_n \times (n+1) + (n-1)!}{(n+1)!}$$

$$= \frac{a_1 a_2 \cdots a_n}{n!} + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$\therefore (7) = f(n) = \frac{1}{n(n+1)}$$

$b_n$ 을 구하면

$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k(k+1)}$$

$$= \frac{a_1}{1!} + \sum_{k=1}^{n-1} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$$= 1 + \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{n} \right)$$

$$= \frac{2n-1}{n}$$

$$\therefore (4) = g(n) = \frac{2n-1}{n}$$

따라서

$$f(13) \times g(7)$$

$$= \frac{1}{13 \cdot 14} \times \frac{13}{7}$$

$$= \frac{1}{98}$$

16.  $\neg$ .  $y = -\log_2 x$ 의 그래프 위의 점  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 과  $P(x_1, y_1)$ 의 위치를 비교하면  $y_1 < 1$ 이므로

$$\frac{1}{2} < x_1 < 1 \quad \therefore \text{참}$$

$\neg$ .  $y = 2^x$ 의 역함수는  $y = \log_2 x$ 이고,

$$y = -\log_2 x \text{의 역함수는 } y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \text{이므로}$$

$y = 2^x$ 와  $y = -\log_2 x$ 의 교점  $R(x_3, y_3)$ 과  $y = \log_2 x$ 와  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 교점  $Q(x_2, y_2)$

는 직선  $y = x$ 에 대해 대칭이다.

$$\therefore x_3 = y_2, x_2 = y_3 \dots (*)$$

$$\therefore x_2 y_2 - x_3 y_3 = 0 \quad \therefore \text{참}$$

c. 점  $(1,0)$ 을 S라 하면

$(\overline{RS} \text{의 기울기}) < (\overline{PS} \text{의 기울기})$ 이므로

$$\frac{y_3}{x_3 - 1} < \frac{y_1}{x_1 - 1} \text{이고, 여기에 위의 } (*) \text{을 대입하면}$$

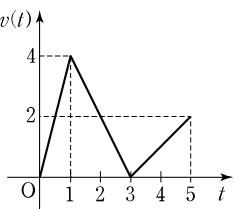
$$\frac{x_2}{y_2 - 1} < \frac{y_1}{x_1 - 1} \text{이 성립하므로}$$

$$x_2(x_1 - 1) < y_1(y_2 - 1) (\because x_1 - 1 < 0, y_2 - 1 < 0)$$

$\therefore$  거짓

따라서, 옳은 것은  $\neg$ ,  $\neg\neg$ 이다.

17



시각  $t = 0$ 에서  $t = x$ 까지 움직인 거리를  $l_1$

시각  $t = x$ 에서  $t = x + 2$ 까지 움직인 거리를  $l_2$

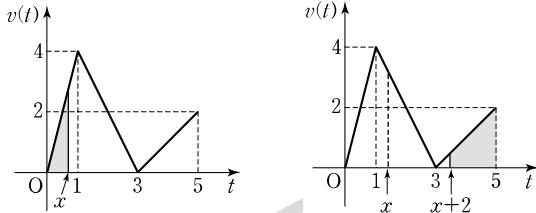
시각  $t = x + 2$ 에서  $t = 5$ 까지 움직인 거리를  $l_3$ 이라 하자.

$\neg$ .  $x = 1$ 인 경우

$$l_1 = 2, l_2 = 4, l_3 = 2 \text{이므로}$$

$f(1) = 2 \quad \therefore$  참  
 ↳  $x = 2$ 인 경우  
 $l_1 = 5, l_2 = \frac{3}{2}, l_3 = \frac{3}{2}$ 으로  $f(2) = \frac{3}{2}$   
 따라서  $f(2) - f(1) = \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$   
 $\int_1^2 v(t)dt = \int_1^2 (-2t + 6)dt = 3$   
 $\therefore f(2) - f(1) \neq \int_1^2 v(t)dt \quad \therefore$  거짓

ㄷ.  $h$ 가 충분히 작은 양수일 때 그림에서 보는 것처럼



$$1-h < x < 1 \text{에서 } f(x) = \frac{1}{2} \cdot x \cdot 4x = 2x^2 \rightarrow f'(x) = 4x \xrightarrow{x \rightarrow 1-0} 4$$

$$1 < x < 1+h \text{에서 } f(x) = 2 - \frac{1}{2}((x+2)-3)^2 \rightarrow f'(x) = -x+1 \xrightarrow{x \rightarrow 1+0} 0$$

따라서  $f'(x)$ 의  $x=1$ 에서의 좌우 미분계수가 다르므로 미분불능  $\therefore$  거짓

18  $f'(x) = 2(x-1)(x-4) + (x-1)^2$   
 $= (x-1)\{2(x-4) + (x-1)\}$   
 $= (x-1)(3x-9)$   
 $= 3(x-1)(x-3)$

따라서  $x=3$ 에서 극솟값  $f(3) = (3-1)^2(3-4) + a$ 를 가지는데 조건에서 극솟값 10으로

$$(3-1)^2(3-4) + a = 10 \quad \therefore a = 14$$

19  $1 + \frac{k}{x-k} - \frac{1}{x-1} \leq 0$   
 $\frac{(x-k)(x-1) + k(x-1) - (x-k)}{(x-k)(x-1)} \leq 0$

$$\frac{x^2 - 2x + k}{(x-k)(x-1)} \leq 0$$

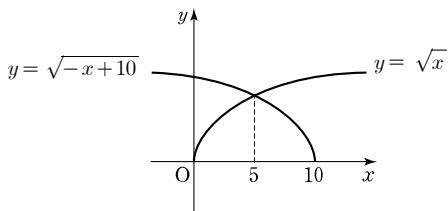
$$\frac{(x-1)^2 + k-1}{(x-k)(x-1)} \leq 0$$

$$k-1 \geq 0$$
으로

$$\therefore 1 < x < k$$

$$\therefore k = 5$$

20



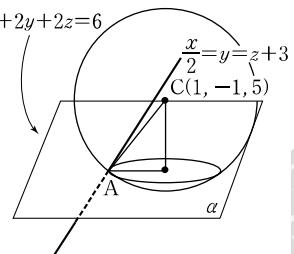
둘러싸인 부분은  $x = 5$ 에 대하여 대칭이므로

$$V = 2\pi \int_0^5 (\sqrt{x})^2 dx = 2\pi \int_0^5 x dx$$

$$= 2\pi \left[ \frac{1}{2}x^2 \right]_0^5 = 25\pi$$

$$\therefore a = 25$$

21



$$\frac{x}{2} = y = z + 3 = t \text{ 라 하면}$$

$A(2t, t, t-3)$ 이고 점 A가 평면  $\alpha$  위의 점이므로

$$2t + 2t + 2(t-3) = 6, 6t = 12 \quad \therefore t = 2$$

$$\therefore A(4, 2, -1)$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(4-1)^2 + (2+1)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{54}$$

한편 중심  $(1, -1, 5)$ 에서 평면까지의 거리를  $d$ 라 하면

$$d = \frac{|1-2+10-6|}{\sqrt{1+4+4}} = 1$$

따라서 구와 평면이 만나서 생기는 원의 반지름  $r$ 는

$$r = \sqrt{\overline{AC}^2 - d^2} = \sqrt{54 - 1} = \sqrt{53}$$

따라서, 구하는 넓이를  $S$ 라 하면  $S = 53\pi$

$$\therefore k = 53$$

22  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CX} = \overrightarrow{AD} \cdot (\overrightarrow{OX} - \overrightarrow{OC})$

$$= \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{OX} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{OC}$$

여기서 네 점 A, D, O, C는 모두 정점이므로  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{OC}$ 는 상수이다.

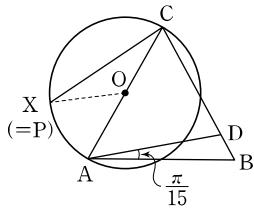
따라서  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CX}$  가 최소  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{OX}$  가 최소

$\overrightarrow{AD}$  와  $\overrightarrow{OX}$  가 이루는 각을  $\theta$ 라 하면

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{OX} = |\overrightarrow{AD}| \cdot |\overrightarrow{OX}| \cdot \cos \theta$$

$|\overrightarrow{AD}|$  와  $|\overrightarrow{OX}|$  가 모두 상수이므로

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CX} \text{ 가 최소} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{OX} \text{ 가 최소} \Leftrightarrow \cos \theta \text{ 가 최소}$$



따라서  $\overrightarrow{OX}$  와  $\overrightarrow{AD}$  가 반대방향일 때  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CX}$  는 최소이다. 이때

$$\angle AOP = \angle CAD = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{15} = \frac{4}{15}\pi$$

$$\therefore \angle ACP = \frac{1}{2} \cdot \angle AOP = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{15}\pi = \frac{2}{15}\pi$$

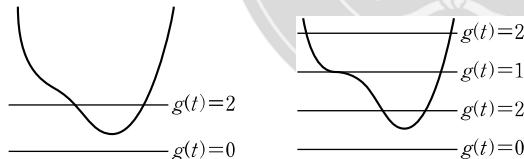
$$\therefore p = 15, q = 2$$

$$\therefore p + q = 15 + 2 = 17$$

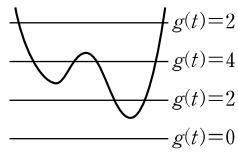
- 23** 집합  $\{3^1, 3^3, 3^5, \dots, 3^{2n-1}\}$ 에서 서로 다른 두 원소를 곱하여 나올 수 있는 모든 값만을 작은 수부터 적으면  $3^4, 3^6, \dots, 3^{4n-4}$ 와 같이 초항이  $3^4$ , 공비가  $3^2$ 인 등비수열이 된다.  
따라서,  $f(n) = 2n - 3$

$$\sum_{n=2}^{11} f(n) = \sum_{n=1}^{10} f(n+1) = \sum_{n=1}^{10} (2n-1) = 10^2 = 100$$

- 24** 만약  $y = f(x)$ 의 그래프가 극점을 하나만 가진다면,  $g(t)$ 가 불연속인 점은 하나이거나 셋이다.



따라서  $y = f(x)$ 의 그래프는 두 개의 극솟점과 하나의 극댓점을 가진다. 또한,  $y = f(x)$ 의 그래프가 두 개의 극솟값을 가지면,  $g(t)$ 가 불연속인 점은 3개이다.



따라서  $y = f(x)$ 의 그래프의 두 개의 극솟점의 극솟값은 같다.

$$f(x) = (x - \alpha)^2(x - \beta)^2 + k \text{이} \Rightarrow \text{극솟값이 } 3 \text{이어야 하므로 } k = 3$$

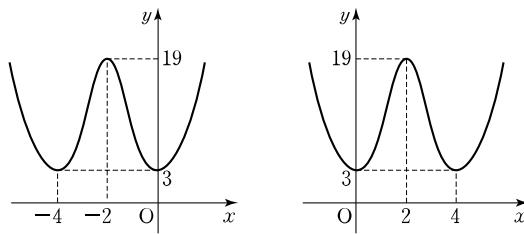
$$f(x) = 3 \text{의 한 근이 } 0 \text{이므로 } f(x) = x^2(x - \alpha)^2 + 3$$

$$f'(x) = 2x(x - \alpha)^2 + 2x^2(x - \alpha) = 2x(x - \alpha)(2x - \alpha) = 0 \text{에서}$$

$$(극댓값) = f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\alpha^4}{16} + 3 = 19$$

$$\therefore \alpha = \pm 4$$

$$\text{그런데, } \alpha = -4 \text{이면 } f'(3) > 0 \text{이므로 } \alpha = 4$$



$$\therefore f(x) = x^2(x-4)^2 + 3, \quad f(-2) = 4 \times 36 + 3 = 147$$

**25**  $2^{n+1}$  열짜리 블록의 개수는

$$1, 2, 3, 4, \dots, 2^n, \dots, 2^{n+1} \quad \textcircled{⑦}$$

⑦에서 1회 시행후 홀수는 그대로 두고 짝수는 2로 나누어 나타내면

$$1, 3, 5, 7, \dots, (2^{n+1}-1) \quad \textcircled{⑧}$$

과

$$1, 2, 3, 4, \dots, 2^n \quad \textcircled{⑨}$$

으로 표시된다.

시행을 모두 마쳤을 때, 남은 블록의 합은

$$\text{i) } \textcircled{⑦} \text{은 } f(2^{n+1})$$

$$\text{ii) } \textcircled{⑧} = 1 + 3 + 5 + \dots + (2^{n+1}-1) = \frac{2^n(2^{n+1}-1+1)}{2} = 2^{2n} = 4^n$$

$$\text{iii) } \textcircled{⑨} \text{은 } f(2^n)$$

$$\therefore f(2^{n+1}) = 4^n + f(2^n) \leftarrow \text{계차수열을 이용하자.}$$

$$\begin{aligned} f(2^n) &= f(2^1) + \sum_{k=1}^{n-1} 4^k \\ &= 2 + \frac{4(4^{n-1}-1)}{4-1} \\ &= \frac{4^n + 2}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{q}{p} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{4^n}{3}}{\frac{4^{n+2}+2}{3}} = \frac{3}{16}$$

$$\therefore p+q = 16+3 = 19$$

[미분과 적분]

$$\text{26} \quad \cos \theta = \frac{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \sec \theta = 3$$

**27** 음함수 미분법에 의해 양변을 미분하면

$$3y^2 y' = \frac{-2x}{5-x^2} + y + xy'$$

$$(3y^2 - x)y' = \frac{-2x}{5-x^2} + y$$

(2, 2)를 대입하여 정리하면

$$10y' = -2 \quad \therefore y' = -\frac{1}{5}$$

**28**  $\int_a^{2a} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2} dx = \int_a^{2a} \frac{1}{x^2} \cdot \{f(x)\}^2 dx = \left[ -\frac{1}{x} \{f(x)\}^2 \right]_a^{2a} + \int_a^{2a} \frac{1}{x} 2f(x)f'(x) dx$

그런데,  $f(a) = 0$   $\Rightarrow$   $f(2a) = 2 \cdot f(a) \cdot f'(a) = 0$

$$\therefore \left[ -\frac{1}{x} \{f(x)\}^2 \right]_a^{2a} = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$2x = t$  라 놓으면  $f(t) = f(2x) = 2f(x) \cdot f'(x)$

$$\int_a^{2a} \frac{1}{x} \cdot 2 \cdot f(x) \cdot f'(x) dx = \int_{2a}^{4a} \frac{2}{t} \cdot f(t) \cdot \frac{1}{2} dt = \int_{2a}^{4a} \frac{f(t)}{t} dt = k \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서, } \int_a^{2a} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2} dx = k$$

**29** i) 구간  $(0, 1)$ 에서

$$f'(x) = \int e^x dx = e^x + C_1$$

$$f'(0) = 1 = 1 + C_1 \quad \therefore C_1 = 0$$

$$f(x) = \int e^x dx = e^x + C_2$$

$$f(0) = 1 = 1 + C_2 \quad \therefore C_2 = 0$$

$$\therefore f(x) = e^x$$

ii) 조건 (나)에 의해서 구간  $(1, 2)$ 에서  $f(x)$ 의 접선의 기울기는  $f'(x) \geq e$   $\Rightarrow$  적분값이 최소가 되려면 기울기가  $f'(x) = e$  ( $1 < x < 2$ )이어야 한다.

$$\therefore f(x) = e(x-1) + e$$

$$= ex$$

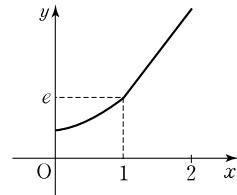
$$\text{i), ii)에 의하여 } f(x) = \begin{cases} e^x & (0 \leq x \leq 1) \\ ex & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

$$\therefore \int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 e^x dx + \int_1^2 ex dx$$

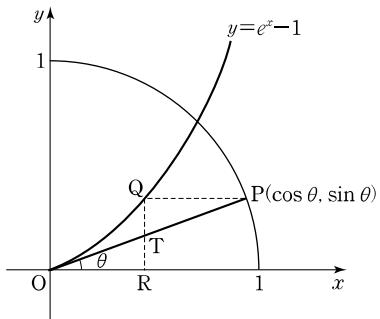
$$= e - 1 + \frac{e}{2}(4 - 1)$$

$$= e - 1 + \frac{3}{2}e$$

$$= \frac{5}{2}e - 1$$



30



P는  $(\cos\theta, \sin\theta)$ 으로

Q의 좌표는  $(x_1, y_1)$ 이라 하자.

$$y_1 = \sin\theta, e^{x_1} - 1 = \sin\theta$$

$$\therefore x_1 = \ln(\sin\theta + 1)$$

$$Q는 (\ln(\sin\theta + 1), \sin\theta)$$

T의 좌표를  $(x_2, y_2)$ 라 하자.

$\overline{OP}$ 의 직선의 방정식은  $y = \tan\theta \cdot x$ 로

$$x_2 = \ln(\sin\theta + 1)$$

$$y_2 = \tan\theta \cdot \ln(\sin\theta + 1)$$

$$\therefore S(\theta) = \frac{1}{2} \cdot \tan\theta \cdot \{\ln(\sin\theta)\}^2$$

$$\begin{aligned}\therefore a &= \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\frac{1}{2} \tan\theta \{\ln(\sin\theta + 1)\}^2}{\theta^3} \\ &= \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{1}{2} \cdot \frac{\tan\theta}{\theta} \cdot \left\{ \frac{\ln(\sin\theta + 1)}{\sin\theta} \right\}^2 \cdot \left\{ \frac{\sin\theta}{\theta} \right\}^2 = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\therefore 60a = 30$$

### [확률과 통계]

26  $P(X=-1) + P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 1$ 에서

$$\frac{-a+2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{a+2}{10} + \frac{2a+2}{10} = 1$$

$$\frac{2a+8}{10} = 1 \quad \therefore a = 1$$

$$E(X) = -1 \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{2}{10} + 1 \times \frac{3}{10} + 2 \times \frac{4}{10} = 1$$

$$E(X^2) = (-1)^2 \times \frac{1}{10} + 0^2 \times \frac{2}{10} + 1^2 \times \frac{3}{10} + 2^2 \times \frac{4}{10} = 2$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 2 - 1 = 1$$

$$\therefore V(3X+2) = 3^2 \cdot V(X) = 9$$

**27** 8명의 선수를 2명씩 4개의 조로 나누는 방법의 수는

$${}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!} = 105$$

남자 1명, 여자 1명으로 이루어진 조가 2개이어야 하므로 남자 2명으로 이루어진 조, 여자 2명으로 이루어진 조가 각각 1조씩 있어야 한다. 남자, 여자 각각으로만 이루어진 조원을 택하는 방법의 수는  ${}_4C_2 \times {}_4C_2 = 36$ (가지)

남아있는 남자 2명, 여자 2명은 남자 1명, 여자 1명으로 이루어진 2개의 조로 나누는 방법의 수는 2(가지)

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{36 \times 2}{105} = \frac{24}{35}$$

**28** 근무 기간이 16개월인 직원의 하루 생산량을  $X$ 라 하면

$$X \sim N(16a + 100, 12^2)$$

$$P(X \leq 84) = P\left(Z \leq \frac{-16a - 16}{12}\right) = 0.0228 \text{ 이므로}$$

$$\frac{-16a - 16}{12} = -2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

근무 기간이 36개월인 직원의 하루 생산량을  $Y$ 라 하면

$$Y \sim N(118, 12^2)$$

$$P(100 \leq Y \leq 142) = P(-1.5 \leq Z \leq 2) = 0.9104$$

**29** 자료 A가 서로 다른 5개의 수로 이루어져 있으므로 자료 A를

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \quad (a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5)$$

라 하자.

$$\text{평균이 } 25 \text{ 이므로 } \sum_{i=1}^5 a_i = 125, \text{ 중앙값이 } 25 \text{ 이므로 } a_3 = 25 \text{ 이다.}$$

한편 자료 B는 5개는 A의 자료와 일치하므로 B의 자료를  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, x, y$  라 하자.

ㄱ. (참)

$$\text{B의 평균이 } 25 \text{ 이므로 } \sum_{i=1}^5 a_i + x + y = 175, \quad x + y = 50$$

따라서,  $x, y$ 는 모두 25이거나 한 개가 25보다 작으면 다른 한 개는 25보다 크다

따라서 B의 중앙값도 25이다.

ㄴ. (참)

$$\text{B의 평균이 } 27 \text{ 이상이면 } \sum_{i=1}^5 a_i + x + y \geq 189, \quad x + y \geq 64$$

$x$ 와  $y$ 가 모두 32미만이면 즉,  $x < 32, y < 32$ 이면  $x + y < 64$  이므로 모순이다.

따라서,  $x$ 와  $y$  중에서 적어도 하나는 32이상이다.

ㄷ. (참)

$$A\text{의 표준편차를 } \sigma \text{라 하면 } \sum_{i=1}^5 (a_i - 25)^2 = 5 \cdot \sigma^2$$

$$B\text{의 분산은 } \frac{\sum_{i=1}^5 (a_i - 25)^2}{7} = \frac{5 \cdot \sigma^2}{7}$$

$$B\text{의 표준편차는 } \sqrt{\frac{5}{7}} \sigma \text{이다.}$$

따라서, B의 표준편차가 A의 표준편차보다 작다.

**30**  $n$ 이 충분히 큰 경우  $\hat{p}$ 은 근사적으로 정규분포  $N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$ 를 따른다.

$$P\left(|\hat{p}-p| \leq 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) = 0.9544 \Rightarrow \text{므로}$$

$$\therefore \frac{2}{\sqrt{n}} = 0.16, \sqrt{n} = \frac{2}{0.16} = \frac{25}{2}$$

$$n = \frac{625}{4} = 156. \times \times \times$$

따라서,  $n$ 은 157 이상이어야 한다.

### [이 산 수 학]

**26** i) 3이 하나도 없는 경우

1, 2의 합으로 7을 만들려면, 2의 개수는 0, 1, 2, 3 네 가지이다.

$\therefore$  4가지

ii) 3이 1개가 있는 경우

1, 2의 합으로 4를 만들려면, 2개의 개수는 0, 1, 2 세 가지이다

$\therefore$  3가지

iii) 3이 2개가 있는 경우

1, 2의 합으로 1을 만들려면, 가능한 방법은 1가지 뿐이다.

$\therefore$  1가지

i), ii), iii)에서 분할의 수는  $4+3+1=8$ (가지)

**27** 두 집합  $A, B$ 를  $A = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}, B = \{v_6, v_7, v_8\}$ 이라 하면, 그래프의 점들은 다른 집합의 점들끼리만 연결되어 있는 상태이다.

$A_1 - B_1 - A_2 - B_2 - A_3 - B_3 - A_4$ 로 연결할 수 있으므로

$A_1 - B_1 - A_2 - B_2 - A_3 - B_3 - A_4 - A_5 - A_1$ 의 해밀턴 회로가 되려면 최소 2개의 변을 추가해야 한다.

i)  $A$ 의 하나의 점에서  $A$ 의 다른 두 개의 점을 연결하는 경우

$$5 \times {}_4C_2 = 30 \text{ (가지)}$$

예)  $v_1 - v_2$  연결,  $v_1 - v_3$  연결

ii) A의 점들끼리 연결하는 선분을 두 개 추가하는 경우

$$\frac{{}_5C_2 \times {}_3C_2}{2!} = 15(\text{가지})$$

예)  $v_1 - v_2$  연결,  $v_3 - v_4$  연결

i), ii)에서, 그래프 H의 개수는 45개이다.

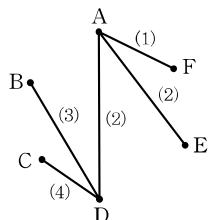
**28** B는 최소의 비용으로 연결되는 점이 D이고,

C도 최소의 비용으로 연결되는 점이 D이다.

F는 최소의 비용으로 연결되는 점이 A이고,

E도 최소의 비용으로 연결되는 점이 A이다.

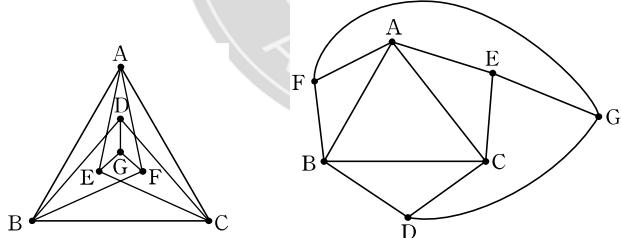
A, E, F와 B, C, D를 최소의 비용으로 연결하려면 A - D를 연결해야 한다.



이상에서, 연결하는데 필요한 최소 비용은  $(4 + 3 + 2 + 2 + 1) \times 100 = 1200$ (만 원)이다.

**29** ㄱ. 점의 개수가 7개이므로 생성수형도의 변의 개수는  $7 - 1 = 6$ 이다.  $\therefore$  참

ㄴ. 아래와 같이 연결상태를 유지하면서 변형시키면 평면그래프가 된다.

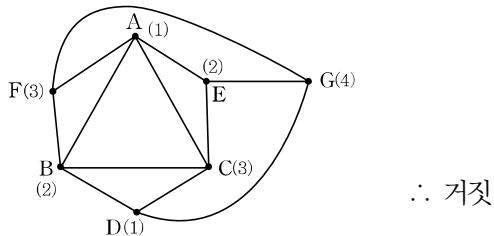


$\therefore$  거짓

ㄷ. 아래와 같이 색을 칠하면 최소 4색이 필요하다.

A, B, C는 모두 다른 색, A, B, F는 모두 다른 색 B, C, D도 모두 다른 색, A, C, E도 모두 다른 색이어야 하므로, 3가지 색으로 색을 칠하면 D, E, F는 모두 다른 색이다.

점 G는 D, E, F와 모두 연결되어 있으므로, 3가지 색으로 칠할 수 없다.



$\therefore$  거짓

---

**30** 양끝의 문자는 모두  $a$ 이므로,

(나)의 규칙만으로 만들어지는 문자열의 개수를  $b_n$ 이라 하면

$a_n = b_{n-2}$ 가 성립한다( $n \geq 3$ ).

수열  $\{b_n\}$ 에서,  $a, b, c$ 로 끝나는 문자열의 개수를 각각  $x_n, y_n, z_n$ 이라 하면  
 $b_n = x_n + y_n + z_n$ 이다.

$$x_{n+1} = x_n + y_n + z_n, \quad y_{n+1} = x_n, \quad z_{n+1} = x_n \text{으로 } (n \geq 1)$$

$$\begin{aligned} b_{n+2} &= x_{n+2} + y_{n+2} + z_{n+2} = 3x_{n+1} + y_{n+1} + z_{n+1} \\ &= 2x_{n+1} + (x_{n+1} + y_{n+1} + z_{n+1}) \\ &= 2(x_n + y_n + z_n) + (x_{n+1} + y_{n+1} + z_{n+1}) \\ &= 2b_n + b_{n+1} \quad (n \geq 1) \end{aligned}$$

따라서  $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$  ( $n \geq 3$ )이고,  $a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n$

$$\therefore p = 2$$

$$a_3 = 3, \quad a_4 = a_3 + 2a_2 = 5, \quad a_5 = a_4 + 2a_3 = 11, \quad a_6 = a_5 + 2a_4 = 21$$

$$a_7 = a_6 + 2a_5 = 43$$

$$\therefore p + a_7 = 2 + 43 = 45$$

